

Capitolo 14

Le configurazioni della reazione

Nel capitolo cap. 11 si è visto che la reazione ha effetto diametralmente opposto tra l'amplificatore non invertente (par. 11.7) e quello invertente (par. 11.9) per quanto riguarda la resistenza di ingresso, mentre per le altre caratteristiche (guadagno e resistenza di uscita) i due circuiti si comportano in maniera identica. Questo è dovuto al fatto che la connessione della rete di reazione sul lato dell'ingresso è diversa tra i due circuiti, come si può vedere in fig. 14.1, mentre è la stessa sul lato dell'uscita.

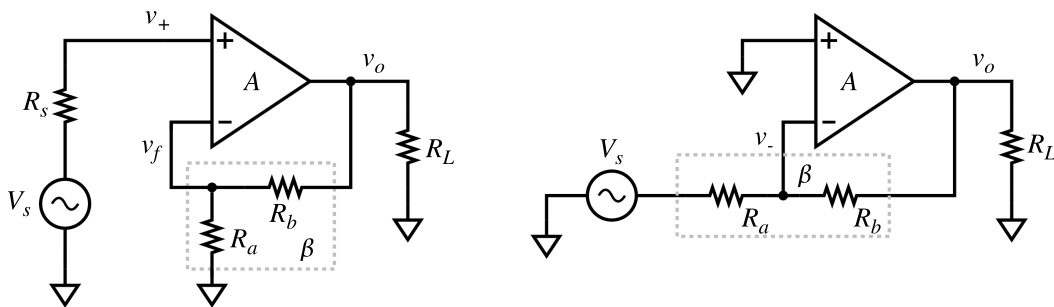


Figura 14.1: Circuiti dell'amplificatore non invertente (a sinistra) ed invertente (a destra).

Nell'amplificatore non invertente l'ingresso differenziale dell'amplificatore operazionale effettua la differenza tra la tensione v_+ proveniente dal generatore di segnale V_s e la tensione v_f riportata all'ingresso dalla rete di reazione β : segnale di ingresso e segnale di reazione si trovano connessi *in serie*.

Nell'amplificatore invertente viene effettuata invece la differenza tra due correnti convergenti *in parallelo* nel nodo v^- , quella proveniente dal generatore di segnale e quella proveniente dalla rete di reazione.

Sul lato dell'uscita, invece, la rete di reazione preleva in entrambi i circuiti la tensione di uscita v_o .

14.1 Le quattro configurazioni della reazione

È possibile costruire anche circuiti in cui la rete di reazione preleva all'uscita la corrente i_o invece che la tensione. Si possono quindi avere in tutto quattro di-

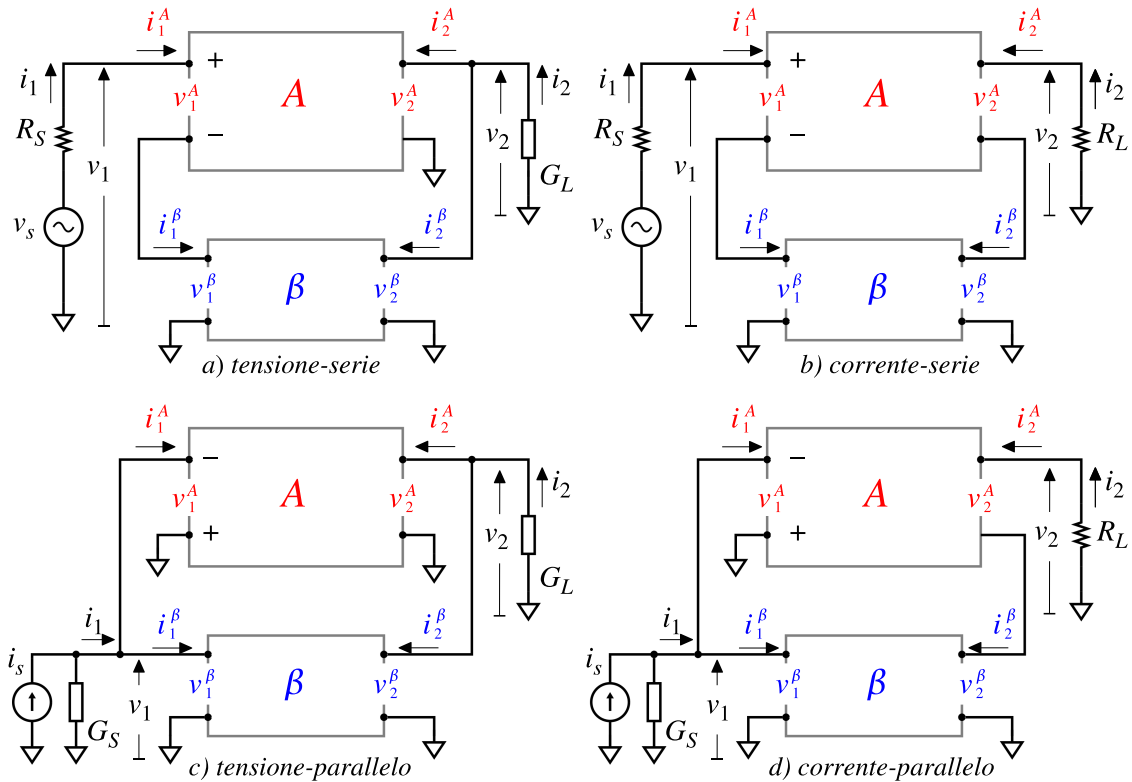


Figura 14.2: Le quattro configurazioni possibili per una anello di reazione. Il primo termine (tensione/corrente) si riferisce alla variabile di uscita che viene prelevata dalla rete β , il secondo termine (serie/parallelo) indica se il segnale generato dalla rete β viene combinato con il segnale di ingresso in serie, sommando le tensioni, oppure in parallelo, sommando le correnti.

verse configurazioni di reazione, indicate tradizionalmente come *tensione-serie*(a), *corrente-serie*(b), *tensione-parallelo*(c) e *corrente-parallelo*(d). Il primo termine (tensione/corrente) si riferisce alla variabile di uscita che viene prelevata dalla rete β , il secondo termine (serie/parallelo) indica se il segnale proveniente dalla rete β viene combinato con il segnale di ingresso in serie, quindi sommando le tensioni, oppure in parallelo, sommando le correnti (fig. 14.2).

Nei casi a e b la tensione v_1^β , riportata in serie alla tensione v_s e v_1^A , è proporzionale rispettivamente alla tensione di uscita v_2 ai capi di G_L oppure alla corrente di uscita i_2 attraverso R_L , secondo la costante di proporzionalità β , che ha le dimensioni rispettivamente di un numero puro (rapporto tra tensioni) o di una resistenza.

Nei casi c e d, invece, è la corrente i_1^β , ancora proporzionale a v_2 oppure i_2 , che viene riportata all'ingresso, in parallelo alla corrente i_1 del generatore. In questi due casi β ha le dimensioni rispettivamente di una conduttanza e di un numero puro (rapporto tra correnti).

Per ragioni di opportunità algebrica che saranno chiare nel seguito, la sorgente del segnale è stata rappresentata come un generatore di tensione (v_s, R_S) nei casi a e b (generatore equivalente di Thévenin) e come un generatore di corrente (i_s, G_s) nei

casi *c* e *d* (generatore equivalente di Norton).

Per ragioni analoghe, gli ulteriori circuiti o apparecchi utilizzatori del segnale presenti all'uscita sono stati rappresentati con una resistenza di carico R_L nei casi *b* e *d* e con una conduttanza $G_L = 1/R_L$ nei casi *a* e *c*.

La descrizione matematica completa delle quattro configurazioni diventa relativamente semplice se ciascuno dei due blocchi *A* e β è trattato come una rete lineare a due porte, utilizzando per ciascuna configurazione i parametri più appropriati tra quelli descritti nel par. 6.4, come riportato nella tab. 14.1.

<p><i>a) tensione-serie</i> - parametri h</p> $v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2$ $i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2$	<p><i>b) corrente-serie</i> - parametri r</p> $v_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2$ $v_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2$
<p><i>c) tensione-parallelo</i> - parametri g</p> $i_1 = g_{11} v_1 + g_{12} v_2$ $i_2 = g_{21} v_1 + g_{22} v_2$	<p><i>d) corrente-parallelo</i> - parametri m</p> $i_1 = m_{11} v_1 + m_{12} i_2$ $v_2 = m_{21} v_1 + m_{22} i_2$

Tabella 14.1: I quattro sistemi di equazioni che descrivono una rete lineare a due porte utilizzando i quattro sistemi di parametri *h*, *r*, *g*, *m*.

Le quattro descrizioni sono equivalenti e normalmente è possibile passare da una descrizione all'altra con trasformazioni algebriche, come descritto nel par. 6.4.1, con le limitazioni indicate nel par. 6.6. È solo una questione di opportunità utilizzare una o l'altra delle famiglie di parametri.

Indicando con l'indice ^{*A*} i termini relativi alla rete *A* e con l'indice ^{β} i termini relativi alla rete β , i quattro sistemi di equazioni 14.1 si possono scrivere sinteticamente, per ciascuna delle due reti:

$$\begin{aligned}
 y_1^A &= p_{11}^A x_1^A + p_{12}^A x_2^A & y_1^\beta &= p_{11}^\beta x_1^\beta + p_{12}^\beta x_2^\beta \\
 y_2^A &= p_{21}^A x_1^A + p_{22}^A x_2^A & y_2^\beta &= p_{21}^\beta x_1^\beta + p_{22}^\beta x_2^\beta
 \end{aligned}
 \tag{14.1}$$

Le variabili x_1 e x_2 rappresentano le due variabili del sistema, rispettivamente una di ingresso (v_1 oppure i_1) e una di uscita (v_2 oppure i_2); y_1 ed y_2 sono i termini noti; i parametri *p* sono quelli coerenti con le variabili scelte (tab. 14.2);

	p	x_1	x_2	y_1	y_2	y_s	P_S	P_L
<i>a) tensione serie</i>	h	i_1	v_2	v_1	i_2	v_s	R_S	G_L
<i>b) corrente-serie</i>	r	i_1	i_2	v_1	v_2	v_s	R_S	R_L
<i>c) tensione parallelo</i>	g	v_1	v_2	i_1	i_2	i_s	G_S	G_L
<i>d) corrente parallelo</i>	m	v_1	i_2	i_1	v_2	i_s	G_S	R_L

Tabella 14.2: Corrispondenza tra i simboli delle eq. 14.1 e della fig. 14.2

Le altre variabili che compaiono nella tab. 14.2 sono il segnale del generatore, y_s , e P_S e P_L che rappresentano in maniera coerente R_S oppure G_S ed R_L oppure G_L ¹.

Confrontando la tabella con gli schemi di fig. 14.2 si vede che, grazie alle scelte fatte, la variabile x_1 è sempre in comune tra gli ingressi delle due reti A e β : i_1 se i due ingressi sono in serie, v_1 se sono in parallelo; lo stesso vale per la variabile x_2 per le due uscite.

Si ha quindi $x_1 = x_1^A = x_1^\beta$ e $x_2 = x_2^A = x_2^\beta$ ed è possibile sommare i due sistemi di equazioni 14.1, ottenendo il sistema

$$\begin{aligned} y_1 &= p_{11} x_1 + p_{12} x_2 \\ y_2 &= p_{21} x_1 + p_{22} x_2 \end{aligned} \quad (14.2)$$

dove i parametri p_{ij} rappresentano la somma dei due contributi delle reti A e β :

$$\begin{aligned} p_{11} &= p_{11}^A + p_{11}^\beta & p_{12} &= p_{12}^A + p_{12}^\beta \\ p_{21} &= p_{21}^A + p_{21}^\beta & p_{22} &= p_{22}^A + p_{22}^\beta \end{aligned} \quad (14.3)$$

e le due variabili y_1 ed y_2 sono la somma delle variabili corrispondenti di A e β :

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1^A + y_1^\beta \\ y_2 &= y_2^A + y_2^\beta \end{aligned} \quad (14.4)$$

Se si considera la rete complessiva formata dalle due sottoreti A e β , si vede che anche questa è una rete lineare a due porte e che è descritta nel suo insieme dalle eq. 14.2. Quindi **il sistema 14.2 descrive ogni anello di reazione**, qualunque sia la sua configurazione, semplicemente assegnando i significati opportuni alle variabili x , y ed ai parametri p .

Le condizioni di funzionamento ideali corrispondono sempre a $P_S = 0$ e $P_L = 0$: in a e b la sorgente del segnale è un generatore di tensione e $P_S = 0$ significa $R_S = 0$, mentre in c e d la sorgente del segnale è un generatore di corrente e $P_S = 0$ significa $G_S = 0$; all'uscita, in a e c , $P_L = 0$ significa $G_L = 0$ e quindi nessuna corrente viene prelevata dall'uscita del circuito; in b e d invece $P_L = 0$ significa $R_L = 0$ e quindi il carico esterno non introduce nessuna ulteriore caduta di potenziale nel circuito di uscita formato dalle due porte $\frac{A}{2}$ e $\frac{\beta}{2}$ in serie.

14.2 Condizioni all'ingresso ed all'uscita

Le eq. 14.2 descrivono solo il circuito formato dall'amplificatore A e dalla rete di reazione β senza tenere conto della resistenza o conduttanza interna del generatore o del carico. Esaminando nuovamente gli schemi di fig. 14.2, si vede che per le condizioni all'ingresso ed all'uscita si possono scrivere le relazioni in tab. 14.3.

Sostituendo le variabili secondo le corrispondenze della tab. 14.2, le quattro coppie di equazioni vengono a coincidere:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_s - x_1 P_S \\ y_2 &= -x_2 P_L \end{aligned} \quad (14.5)$$

¹Un termine usato per indicare queste variabili è *immettenza*, contrazione di *impedenza* e *ammettenza*.

a) <i>tensione-serie</i> - parametri h $v_1 = v_s - i_1 R_S$ $i_2 = -v_2 G_L$	b) <i>corrente-serie</i> - parametri r $v_1 = v_s - i_1 R_S$ $v_2 = -i_2 R_L$
c) <i>tensione-parallelo</i> - parametri g $i_1 = i_s - v_1 G_S$ $i_2 = -v_2 G_L$	d) <i>corrente-parallelo</i> - parametri m $i_1 = i_s - v_1 G_S$ $v_2 = -i_2 R_L$

Tabella 14.3: Condizioni all'ingresso ed all'uscita delle reti di fig. 14.2.

Amplificazione

Aggiungendo le condizioni determinate dalle eq. 14.5 al sistema 14.2 si ottiene:

$$\begin{aligned} (p_{11} + P_S) x_1 + p_{12} x_2 &= y_s \\ p_{21} x_1 + (p_{22} + P_L) x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (14.6)$$

Queste due equazioni sono formalmente identiche alle 6.14. Questo significa che tutte le soluzioni già trovate nel par. 6.5 sono valide per ciascuna delle reti di fig. 14.2. Risolvendo per x_2 e dividendo per y_s si ottiene, analogamente a 6.15,

$$G = \frac{x_2}{y_s} = \frac{-p_{21}}{(p_{11} + P_S)(p_{22} + P_L) - p_{12}p_{21}} \quad (14.7)$$

La quantità G , rapporto tra variabile di uscita e variabile di ingresso determinata dal generatore ideale (v_s o i_s), è detta genericamente *guadagno* o *amplificazione*, ed ha il significato di:

- a) $G = v_2/v_1$ amplificazione di tensione
- b) $G = i_2/v_1$ transconduttanza
- c) $G = v_2/i_1$ transresistenza
- d) $G = i_2/i_1$ amplificazione di corrente

Se si pone a zero il coefficiente di trasferimento inverso p_{12} , come nella 6.16, l'eq. 14.7 diventa

$$G_0 = \frac{x_2}{y_s} = \frac{-p_{21}}{(p_{11} + P_S)(p_{22} + P_L)} \quad (14.8)$$

Dividendo numeratore e denominatore della eq. 14.7 per $(p_{11} + P_S)(p_{22} + P_L)$ ed effettuando le sostituzioni

$$G_0 = \frac{-p_{21}}{(p_{11} + P_S)(p_{22} + P_L)} \quad \beta = p_{12} \quad (14.9)$$

si ottiene il risultato

$$G = \frac{G_0}{1 + G_0\beta} \quad (14.10)$$

che coincide con l'eq. 6.18 e la 11.3.

A questo punto è abbastanza naturale identificare p_{12} , il parametro di trasferimento inverso da uscita a ingresso, con il coefficiente di reazione β e l'azzeramento di p_{12} lasciando tutte le altre condizioni inalterate come equivalente ad aprire l'anello di reazione come visto nel par. 11.3; di conseguenza G_0 è l'amplificazione ad anello aperto e $G_0\beta$ è il guadagno d'anello.

Se il guadagno d'anello è sufficientemente elevato ($G_0\beta \gg 1$) si ha come nel par. 11.7:

$$G = \frac{G_0}{1 + G_0\beta} \simeq \frac{G_0}{G_0\beta} = \frac{1}{\beta} \quad (14.11)$$

Il guadagno G_0 , e di conseguenza il guadagno d'anello $G_0\beta$, dipende chiaramente dalla presenza di P_S e P_L ed assume il valore massimo $G_0 = -p_{21}/(p_{11}p_{22})$ con $P_S = 0$ e $P_L = 0$.

Con $P_L \neq 0$ si introduce una attenuazione nel circuito di uscita a causa del partitore formato da p_{22} e P_L . Stessa situazione si verifica nel circuito di ingresso con $P_S \neq 0$ a causa del partitore formato da P_S e p_{11} .

In condizioni *normali* queste attenuazioni non dovrebbero alterare la condizione $G_0\beta \gg 1$.

Resistenza e conduttanza di ingresso e di uscita

Procedendo ancora come già visto al par. 6.5, è possibile calcolare i parametri (resistenza o conduttanza) di ingresso e di uscita (fig. 14.3).

Vista l'identità formale tra i sistemi 14.6 e 6.14 si possono scrivere direttamente i risultati

$$\begin{aligned} P_i = \frac{y_1}{x_1} &= p_{11} - \frac{p_{21}p_{12}}{p_{22} + P_L} \\ &= p_{11} \cdot \left[1 - \frac{p_{21}p_{12}}{p_{11}(p_{22} + P_L)} \right] \\ &= p_{11} \cdot (1 + G_0\beta) \end{aligned} \quad (14.12)$$

e

$$\begin{aligned} P_o = \frac{y_2}{x_2} &= p_{22} - \frac{p_{21}p_{12}}{p_{11} + P_S} \\ &= p_{22} \cdot \left[1 - \frac{p_{21}p_{12}}{(p_{11} + P_S)p_{22}} \right] \\ &= p_{22} \cdot (1 + G_0\beta) \end{aligned} \quad (14.13)$$

dove G_0 è ancora l'amplificazione ad anello aperto data dalla eq. 14.8, con $P_S = 0$ per la 14.12 e $P_L = 0$ per la 14.13.

L'effetto della reazione negativa è sempre e comunque quello di moltiplicare la caratteristica di ingresso p_{11} e la caratteristica di uscita p_{22} della rete per il coefficiente $(1 + G_0\beta)$, sia che si tratti di una resistenza, che di una conduttanza.

Poichè $1 + G_0\beta$ può essere anche molto grande, dell'ordine di $10^5 \div 10^6$, le variazioni di resistenza e conduttanza di ingresso e di uscita possono essere anche di svariati ordini di grandezza in più o in meno.

All'ingresso, se p_{11} è una resistenza, il suo valore aumenta e al limite tende a comportarsi come un circuito aperto; se p_{11} è una conduttanza, il suo valore, come resistenza equivalente, diminuisce e al limite tende a comportarsi come un corto circuito.

All'uscita, a secondo che p_{22} sia una resistenza o una conduttanza, se $G_0\beta$ è molto elevato il circuito tenderà a comportarsi come un generatore di corrente nei casi *c* e *d* ($P_o = R_o \rightarrow \infty$) e di tensione nei casi *a* e *b* ($P_o = G_o \rightarrow \infty$).

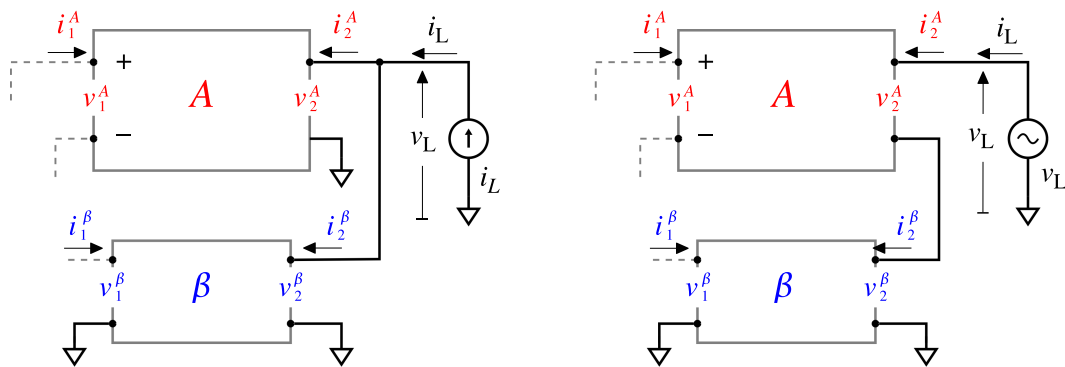


Figura 14.3: A sinistra, calcolo della conduttanza di uscita con reazione di tensione: la conduttanza G_L è idealmente sostituita dal generatore di corrente i_L e viene calcolata la tensione v_L . A destra, calcolo della resistenza di uscita con reazione di corrente: la resistenza R_L è sostituita dal generatore di tensione v_L e viene calcolata la corrente i_L .

In sintesi:

All'ingresso, la reazione negativa:

- serie: moltiplica per $(1 + A\beta)$ la resistenza di ingresso;
- parallelo: divide per $(1 + A\beta)$ la resistenza di ingresso.

All'uscita, la reazione negativa:

- di tensione: divide per $(1 + A\beta)$ la resistenza di uscita;
- di corrente: moltiplica per $(1 + A\beta)$ la resistenza di uscita.

14.3 Quattro modelli per l'amplificatore operazionale

Per poter utilizzare le equazioni del paragrafo precedente è necessario disporre delle quattro descrizioni dell'amplificatore operazionale di fig. 11.4 tramite i quattro gruppi di parametri h, g, r, m .

Le definizioni dei parametri come risultano dal cap. 6 sono:

$$\begin{aligned} h_{11} &= \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{v_2=0} & h_{12} &= \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_1=0} & r_{11} &= \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} & r_{12} &= \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0} \\ h_{21} &= \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{v_2=0} & h_{22} &= \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{i_1=0} & r_{21} &= \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0} & r_{22} &= \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0} \end{aligned} \quad (14.14)$$

$$\begin{aligned} g_{11} &= \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0} & g_{12} &= \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{v_1=0} & m_{11} &= \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{i_2=0} & m_{12} &= \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_1=0} \\ g_{21} &= \left. \frac{i_2}{v_1} \right|_{v_2=0} & g_{22} &= \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{v_1=0} & m_{21} &= \left. \frac{v_2}{v_1} \right|_{i_2=0} & m_{22} &= \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{v_1=0} \end{aligned}$$

e corrispondono ai circuiti modello di fig. 6.3, ripetuti per comodità in fig. 14.4.

Nelle definizioni la condizione $v_1, v_2 = 0$ significa che si deve imporre differenza di potenziale nulla tra i terminali della porta indicata, che equivale a dire che i due terminali devono essere cortocircuitati; la condizione $i_1, i_2 = 0$ significa invece che non deve circolare alcuna corrente, quindi la porta in questione deve essere lasciata a circuito aperto.

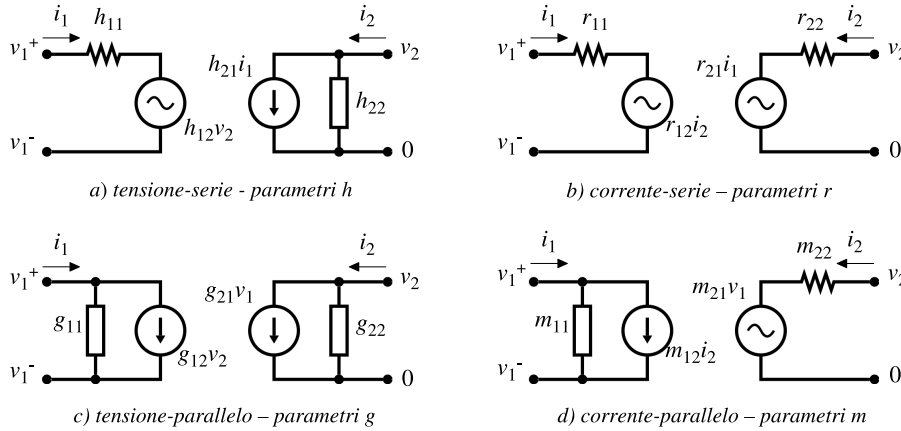


Figura 14.4: I quattro modelli di descrizione dell'amplificatore operazionale come rete lineare a due porte nelle quattro configurazioni della reazione.

Grazie all'ingresso differenziale dell'amplificatore operazionale, entrambi i nodi della porta 1 sono svincolati da massa; all'uscita invece uno dei nodi è necessariamente collegato a massa e di questo si dovrà tenere conto nella realizzazione dei circuiti di fig. 14.2 *b* e *d*. Applicando le definizioni al circuito di fig. 11.4, si ottengono le quattro matrici di parametri riportate nella tabella 14.4.

Su queste matrici ci sono alcune osservazioni da fare:

- Confrontando il modello dell'amplificatore operazionale di fig. 11.4 con i quattro sistemi di parametri, ci si rende conto che i parametri m sono i più adatti per

$$\mathbf{h}^{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} r_i & 0 \\ -A \frac{r_i}{r_o} & \frac{1}{r_o} \end{pmatrix} \quad \mathbf{r}^{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} r_i & 0 \\ Ar_i & r_o \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}^{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_i} & 0 \\ -\frac{A}{r_o} & \frac{1}{r_o} \end{pmatrix} \quad \mathbf{m}^{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_i} & 0 \\ A & r_o \end{pmatrix}$$

Tabella 14.4: Parametri dei quattro modelli di fig. 14.4 per l'amplificatore operazionale di fig. 11.4.

descrivere un amplificatore di tensione, anche se tradizionalmente il parametro di ingresso m_{11} , che dovrebbe essere una conduttanza, viene indicato con il suo inverso $1/r_i$. Nel caso dell'amplificatore ideale si ha $m_{21} = A$, mentre tutti gli altri termini sono zero.

- I parametri h , g ed r non possono essere utilizzati nel caso di un amplificatore ideale di tensione perchè almeno uno tra i termini p_{11} , p_{21} , p_{22} ha valore infinito. Riguardo gli altri tipi di amplificatori (di corrente, a transconduttanza, a transresistenza), ognuno viene meglio descritto da uno in particolare tra i sistemi di parametri.
- Nel caso dell'amplificatore operazionale reale, si possono utilizzare in maniera equivalente tutti e quattro i sistemi di parametri, anche se le schematizzazioni possono apparire a prima vista innaturali (ad es., con i parametri h si è costretti a descrivere come generatore di corrente l'uscita di un amplificatore operazionale, anche se la resistenza di uscita è solo di pochi ohm).
- In tutti e quattro i casi il parametro p_{12} è zero. Questo è un punto molto importante, come si vedrà nei paragrafi seguenti, ed esprime il fatto che per un aspetto particolare l'amplificatore operazionale è un componente realmente ideale: è un dispositivo a due porte *unilaterale*: il trasferimento di segnale avviene solo dall'ingresso all'uscita (parametro p_{21}), mentre nella direzione opposta dall'uscita all'ingresso (parametro p_{12}) è sufficientemente piccolo da poter essere considerato nullo a tutti gli effetti.

14.4 Quattro esempi di rete di reazione

Le quattro reti di reazione β della fig. 14.2 possono essere ovviamente realizzate in infiniti modi diversi. Nella fig. 14.5 sono riportati quattro esempi molto semplici di reti resistive, una per ciascuna delle quattro configurazioni. Lo schema di fig. 14.5a è quello dell'amplificatore non invertente di fig. 11.8; quello di fig. 14.5c è quello dell'amplificatore invertente di fig. 11.17, con la differenza che il ruolo della resistenza

R_a è svolto dalla resistenza R_S del generatore v_s . Questi sono i due circuiti di gran lunga più comuni.

I circuiti in fig. 14.5*b* e 14.5*d* sono di uso meno comune; si comportano all'uscita come un generatore di corrente, il circuito in *b* come amplificatore a transconduttanza, quello in *d* come amplificatore di corrente. Hanno l'inconveniente di richiedere entrambi i terminali della resistenza di carico svincolati da massa, per cui nell'uso pratico si preferiscono altri circuiti che non hanno questa limitazione. Infatti, con-

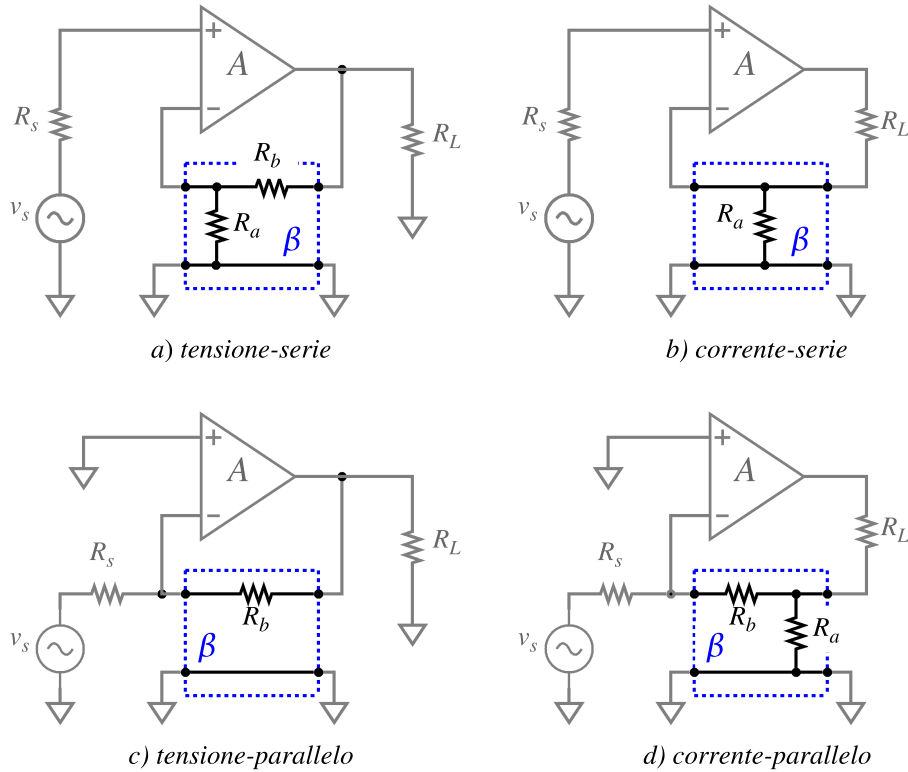


Figura 14.5: Esempi di reti resistive di reazione per le quattro configurazioni di fig. 14.2.

frontando gli schemi di fig. 14.5 con quelli di principio di fig. 14.2 si vede che nei due circuiti in *b* e *d* la connessione delle due reti e della resistenza di carico R_L è stata leggermente modificata poichè è richiesto che entrambe le porte 2^A e 2^B abbiano il nodo inferiore vincolato a massa.

Questa modifica porta al cambiamento di segno di i_2 e v_2 nelle definizioni dei parametri \mathbf{r} ed \mathbf{m} , come indicato nella fig. 14.6, e di conseguenza al cambiamento di segno dei parametri p_{12} e p_{21} nelle due matrici.

Ognuna delle quattro reti di reazione della fig. 14.5 può essere descritta mediante ognuno dei quattro sistemi di parametri, applicando nuovamente le definizioni date dalle equazioni 14.14. Ma quello che serve realmente è di utilizzare per ciascuna configurazione soltanto il sistema di parametri più idoneo, coerente con il modello di amplificatore operazionale riportato nel paragrafo precedente, e cioè le quattro matrici della tabella 14.5.

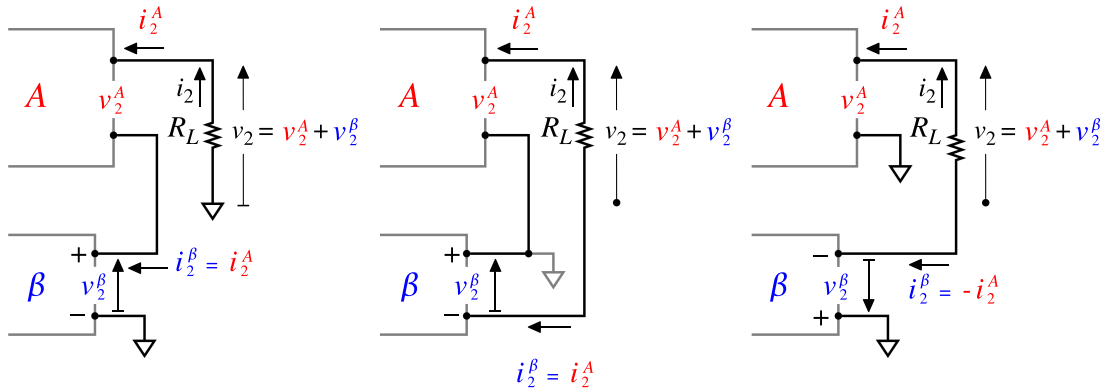


Figura 14.6: A sinistra: connessione all’uscita tra le reti A e β come riportato negli schemi di principio di fig. 14.2. Il collegamento a massa indicato è puramente convenzionale, perchè ancora non sono state definite le caratteristiche delle reti; può essere rimosso e sostituito dal collegamento a massa del nodo comune tra v_2^A e v_2^β , come indicato nello schema al centro. Questo schema è poi ridisegnato a destra come appare nella fig. 14.5.

$$\mathbf{h}^\beta = \begin{pmatrix} \beta R_b & \beta \\ -\beta & \beta/R_a \end{pmatrix}$$

$$\beta = R_a/(R_a + R_b)$$

a) tensione-serie

$$\mathbf{r}^\beta = \begin{pmatrix} -\beta & \beta \\ \beta & -\beta \end{pmatrix}$$

$$\beta = -R_a$$

b) corrente-serie

(14.15)

$$\mathbf{g}^\beta = \begin{pmatrix} -\beta & \beta \\ \beta & -\beta \end{pmatrix}$$

$$\beta = G_b = -1/R_b$$

c) tensione-parallelo

$$\mathbf{m}^\beta = \begin{pmatrix} \beta/R_a & \beta \\ -\beta & \beta R_b \end{pmatrix}$$

$$\beta = R_a/(R_a + R_b)$$

d) corrente-parallelo

Tabella 14.5: Matrici di descrizione delle quattro reti di reazione dei circuiti in fig. 14.5. Per ogni rete è stato utilizzato il sistema di parametri più idoneo, in coerenza con la fig. 14.4 e la tabella 14.4. Il parametro p_r è stato sempre indicato con β e la sua espressione riportata per ogni matrice.

In queste matrici il parametro p_r , che è l’elemento più importante della rete di reazione, è stato sempre indicato con β , e gli altri parametri sono stati espressi di conseguenza. Per ogni sistema di parametri è riportata l’espressione di β relativa.

Nella tabella si è già tenuto conto dei cambiamenti di segno di i_2 e v_2 descritti nella fig. 14.6. Altrimenti le matrici \mathbf{r}^β e \mathbf{m}^β sarebbero state:

$$\mathbf{r}^\beta = \begin{pmatrix} \beta & \beta \\ \beta & \beta \end{pmatrix} \quad \mathbf{m}^\beta = \begin{pmatrix} -\beta/R_a & \beta \\ -\beta & -\beta R_b \end{pmatrix}$$

$$\beta = R_a \quad \beta = -R_a/(R_a + R_b)$$

14.5 Amplificazione

Sommando le matrici della tab. 14.4 relative all'amplificatore operazionale con le corrispondenti della tab. 14.5 delle reti di reazione, si ottengono i quattro sistemi di coefficienti delle eq. 14.2, riportati nella tab. 14.6, che descrivono il funzionamento dei quattro diversi circuiti di fig. 14.5.

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} r_i + \beta R_b & \beta \\ -A \frac{r_i}{r_o} - \beta & \frac{1}{r_o} + \frac{\beta}{R_a} \end{pmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_i - \beta & \beta \\ A r_i + \beta & r_o - \beta \end{pmatrix}$$

$$\beta = R_a/(R_a + R_b) \quad \beta = -R_a$$

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_i} - \beta & \beta \\ \frac{A}{r_o} + \beta & \frac{1}{r_o} - \beta \end{pmatrix} \quad \mathbf{m} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_i} + \frac{\beta}{R_a} & \beta \\ -A - \beta & r_o + \beta R_b \end{pmatrix}$$

$$\beta = G_b = -1/R_b \quad \beta = R_a/(R_a + R_b)$$

Tabella 14.6: Matrici dei parametri dei quattro circuiti di fig. 14.5, ottenute sommando termine a termine i parametri della rete A ed i parametri della rete β .

La cosa veramente notevole in queste quattro matrici è il fatto che il termine p_{12} risulta sempre dovuto solo al contributo della rete di reazione β , grazie alla *unilateralità* dell'amplificatore A , come già notato nel par. 14.3. Quando si va a calcolare il guadagno ad anello chiuso tramite l'eq. 14.10 del par. 14.2 si ottiene sempre $G \simeq 1/\beta$, nel limite di guadagno d'anello $G_0\beta$ sufficientemente alto.

14.6 Guadagno d'anello

Quello che si rimane da verificare è che il guadagno d'anello sia sufficientemente elevato e che rimanga tale anche tenendo conto delle caratteristiche della sorgente del segnale e del carico, cioè di P_S e P_L .

Dalle eq. 14.9 si ha per il guadagno d'anello, con $P_S = 0$ e $P_L = 0$:

$$G_0\beta = -\frac{p_{21}p_{12}}{p_{11}p_{22}} \quad (14.16)$$

ed utilizzando i coefficienti della tab. 14.6, si ottiene per $G_0\beta$ per ognuna della quattro configurazioni:

$\frac{A\beta + \beta^2 \frac{r_o}{r_i}}{1 + \beta \frac{R_b}{r_i} + \beta \frac{r_o}{R_a} + \beta^2 \frac{R_b}{r_i} \frac{r_o}{R_a}}$	$\frac{A - \frac{R_a}{r_i}}{1 + \frac{r_o}{r_i} + \frac{r_o}{R_a} + \frac{R_a}{r_i}}$
a) tensione-serie	b) corrente-serie

$G_0\beta =$

$\frac{A - \frac{r_o}{R_b}}{1 + \frac{r_o}{r_i} + \frac{R_b}{r_i} + \frac{r_o}{R_b}}$	$\frac{A + \beta}{1 - \beta + \frac{r_o}{\beta r_i} + \frac{r_o}{R_a} + \frac{R_b}{r_i}}$
c) tensione-parallelo	d) corrente-parallelo

Il coefficiente β è stato mantenuto solo nei casi *a* e *d*, dove esprime il rapporto di partizione (di tensione o di corrente) $R_a/(R_a + R_b)$; nei casi *b* e *c*, dove invece ha le dimensioni di una resistenza e di una conduttanza, è stato sostituito dal valore corrispondente secondo le espressioni 14.15.

Esaminando le quattro espressioni, si verifica facilmente che le condizioni richieste per avere $G_0\beta \gg 1$ sono sempre le stesse: tutti e quattro i denominatori differiscono poco dall'unità se $r_o < \{R_a, R_b\} < r_i$ e β non è eccessivamente piccolo.

Queste condizioni coincidono con le relazioni ?? già viste.

Con la condizione $G_0\beta \gg 1$, l'espressione del guadagno 14.10 diventa, nei quattro diversi casi:

$G = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_a + R_b}{R_a}$	$G = \frac{i_2}{v_1} = -\frac{1}{R_a}$
a) tensione-serie	b) corrente-serie

(14.17)

$G = \frac{v_2}{i_1} = -R_b$	$G = \frac{i_2}{i_1} = \frac{R_a + R_b}{R_a}$
c) tensione-parallelo	d) corrente-parallelo

14.7 Resistenza e conduttanza di ingresso e di uscita

Nei casi *a* e *b* (tensione-serie e corrente-serie), p_{11} è praticamente la resistenza di ingresso dell'amplificatore operazionale; moltiplicando questa quantità, già di suo

molto elevata, per $(1 + G_0\beta)$ si ottengono valori di resistenza di ingresso R_i per il circuito completo enormemente alti, come già visto nel par. ?? per il caso specifico della configurazione tensione-serie.

Nei casi c e d (tensione-parallelo e corrente-parallelo) p_{11} è la conduttanza di ingresso del circuito, determinata praticamente dalle resistenze della rete di reazione β , in quanto il contributo $1/r_i$ dell'amplificatore operazionale è del tutto trascurabile. In questi casi, quindi, è la conduttanza p_{11} ad essere moltiplicata per $(1 + G_0\beta)$, dando come risultato una conduttanza di ingresso G_i per il circuito completo elevatissima, cioè una resistenza di ingresso $R_i = 1/G_i$ praticamente nulla. Considerando come ordini di grandezza tipici $1/p_{11} \simeq 10^2 \dots 10^4 \Omega$ e $1 + G_0\beta \simeq 10^4 \dots 10^6$, si trova $R_i \simeq 10^{-4} \dots 1 \Omega$. A causa di questo comportamento, il nodo di ingresso dei due circuiti in fig. 14.2 e 14.5 c e d prende il nome di *massa virtuale*: a tutti gli effetti è come se questo nodo fosse collegato a massa. Quindi, ad esempio, la corrente di ingresso è semplicemente $i_1 = v_s/R_S$.

Tutte queste considerazioni risultano valide fino a che vale la condizione

$$\frac{p_{22}}{p_{22} + P_L} \simeq 1$$

cioè $P_L < p_{22}$. Esaminando le quattro matrici di parametri della tab. 14.6 si vede che nei casi a e c (tensione-serie e corrente-serie) questo equivale a dire $R_L > r_o$. L'interpretazione di questa condizione è evidente: se si cortocircuita l'uscita dell'operazionale a massa, collegando una R_L troppo piccola (P_L grande), il circuito smette di funzionare.

Se un amplificatore operazionale è in grado di fornire una tensione di uscita nell'intervallo di valori $\pm V_M$ in condizioni ideali, cioè in assenza di carico, questo intervallo si riduce a $V_M \cdot R_L / (r_o + R_L)$ in presenza di un carico R_L . Per non penalizzare eccessivamente la dinamica di uscita, conviene sempre rispettare la condizione $R_L \geq 10 \cdot r_o$.

Nei casi b e d (corrente-serie e corrente-parallelo) la condizione da rispettare è invece quella opposta, cioè che R_L non sia troppo grande. Se, al limite, si pone $R_L = \infty$, si è già visto che si apre l'anello di reazione ed il circuito smette di funzionare. In questi due casi, però, non sempre è conveniente rispettare la condizione $P_L < p_{22}$, perchè si avrebbe di nuovo una forte penalizzazione nella dinamica di uscita. In questi circuiti, se il guadagno d'anello $G_0\beta$ è sufficientemente alto, è più comune avere $P_L/p_{22} = 0 \dots 10$ o anche $P_L/p_{22} = 0 \dots 100$, cioè avere resistenze di carico R_L fino a dieci o cento volte maggiori della resistenza R_a della rete di reazione.

Nei casi a e c (tensione-serie e tensione-parallelo) il parametro di uscita P_o è una conduttanza ed è praticamente la conduttanza di uscita $1/r_o$ dell'amplificatore operazionale, moltiplicata per $(1 + G_0\beta)$. Si arriva facilmente a valori di resistenza di uscita di centesimi o di millesimi di ohm. Il circuito si comporta come un generatore di tensione ideale.

Nei casi b e d (corrente-serie e corrente-parallelo) p_{22} è una resistenza, data prevalentemente dalle resistenze R_a ed R_b della rete di reazione; il valore di questa resistenza viene moltiplicato per $(1 + G_0\beta)$, dando per la resistenza di uscita R_o valori che possono arrivare alle decine, centinaia o anche migliaia di megaohm. Il circuito si comporta verso il carico R_L come un generatore di corrente praticamente ideale.

Anche per i valori del parametro P_S valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per P_L : Si deve rispettare la condizione $P_S < p_{11}$. Nei casi *a* e *b* (tensione-serie e corrente-serie) P_S è una resistenza e deve essere minore (o almeno non troppo più grande) di r_i ; al limite, se R_S va a infinito, si apre l'anello di reazione ed il circuito smette di funzionare.

Nei casi *c* e *d* (tensione-parallelo e corrente-parallelo), P_S è una conduttanza e deve essere più piccola (o almeno non troppo più grande) di quella dovuta alle resistenze R_a ed R_b della rete di reazione β . Una conduttanza P_S molto grande, al limite infinita, è una resistenza $R_S = 0$ che cortocircuita l'ingresso dell'amplificatore *A* impedendogli di ricevere il segnale di reazione dalla rete β .

