

## Capitolo 16

# I transistor in alta frequenza

I modelli lineari per i dispositivi a due porte descritti al par. 6.4 sono astrazioni matematiche, analoghe ai teoremi di Thèvenin e Norton. Questi modelli sono stati utilizzati nei capitoli precedenti per descrivere il comportamento dei transistor *bjt* e *fet* nel regime dei piccoli segnali, scegliendo tra tutti quelli teoricamente possibili i più aderenti ai meccanismi fisici di funzionamento dei dispositivi (fig. 7.8 e 9.17). In questi modelli non è contenuta nessuna dipendenza esplicita del comportamento del transistor dalla frequenza dei segnali.

D'altra parte, come visto al paragrafo 4.18, ad una giunzione *PN* direttamente polarizzata è associata una capacità di diffusione  $C_D$  e ad una giunzione inversamente polarizzata una capacità di transizione  $C_T$ . Nel *bjt* funzionante nella regione attiva queste due capacità sono entrambe presenti, la prima tra base ed emettitore in parallelo alla conduttanza di ingresso  $g_{ie}$ , essendo la giunzione base-emettitore direttamente polarizzata, la seconda in parallelo alla giunzione (inversamente polarizzata) tra base e collettore. Analogamente, nel caso dei transistor *fet* si avranno capacità tra *gate*, *source* e *drain*. A causa di queste capacità il comportamento dei transistor viene a dipendere dalla frequenza.

Volendo rimanere aderenti allo schema dei modelli lineari di fig. 7.8 e 9.17, la dipendenza dalla frequenza può essere introdotta considerando i quattro parametri  $g_{ie}$ ,  $g_{fe}$ ,  $g_{re}$ ,  $g_{oe}$  (e analogamente  $h_{ie}$ ,  $h_{fe}$ ,  $h_{re}$ ,  $h_{oe}$  ecc.) non più costanti reali, ma funzioni complesse della frequenza:  $\hat{g}_{ie}(\omega)$ ,  $\hat{g}_{fe}(\omega)$  ....

In genere all'aumentare della frequenza risulterà anche che non saranno più trascurabili i parametri che potevano essere ignorati in prima approssimazione in corrente continua ed in bassa frequenza ( $g_{re}$ ,  $h_{re}$  ...).

In alternativa, si può lasciare inalterato il modello per piccoli segnali valido per la corrente continua ed aggiungere esplicitamente al circuito altri elementi, corrispondenti alle capacità delle giunzioni. Il circuito diventa più complesso, ma ha il vantaggio di continuare ad essere composto solo da elementi il cui valore è indipendente dalla frequenza e che hanno una relazione diretta con gli aspetti fisici del dispositivo. Nei paragrafi seguenti verrà utilizzata questa seconda soluzione.

## 16.1 Transistor *bjt*

Nel caso del transistor *bjt*, aggiungendo al circuito la capacità di diffusione  $C_D$  della giunzione base-emettitore direttamente polarizzata e la capacità  $C_T$  della giunzione base-collettore inversamente polarizzata, si ottiene il circuito di fig. 16.1. Nei transistor che fanno parte di circuiti monolitici la presenza di un substrato comune a più dispositivi può dar luogo ad una capacità significativa tra collettore e substrato e tra emettitore e substrato (capacità  $C_{cs}$  e  $C_{es}$  a tratteggio nella figura). Se substrato ed emettitore sono collegati tra di loro, come succede comunemente nei circuiti con emettitore a massa, il condensatore  $C_{es}$  risulta cortocircuitato e rimane il solo  $C_{cs}$  tra collettore ed emettitore/massa.

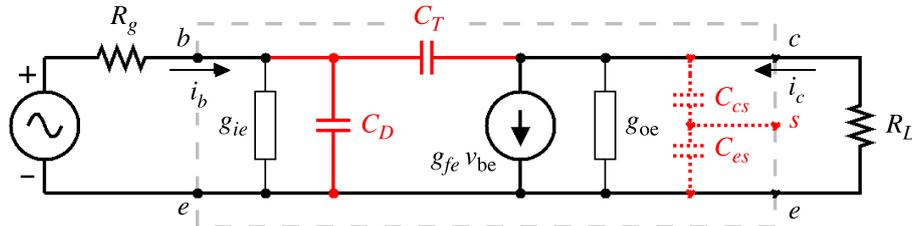


Figura 16.1: Modello lineare del *bjt* nella regione attiva completo della capacità di diffusione  $C_D$  della giunzione base-emettitore e della capacità di transizione  $C_T$  della giunzione base-collettore.

## 16.2 Amplificazione di corrente

Il guadagno di corrente del transistor, indipendentemente dal circuito in cui viene impiegato, si può studiare ponendo  $R_L = 0$ , cioè cortocircuitando collettore ed emettitore. La capacità  $C_T$  di solito è molto minore di  $C_D$  ed in queste condizioni dà un contributo trascurabile; il guadagno di tensione  $A_v$  si riduce a zero e il guadagno di corrente diventa

$$A_i = \frac{I_c}{I_b} = \frac{g_{fe}}{g_{ie} + j\omega C_D} = \frac{g_{fe}/g_{ie}}{1 + j\omega C_D/g_{ie}} \quad (16.1)$$

In corrente continua ed in bassissima frequenza il guadagno in corrente è costante e pari a  $g_{fe}/g_{ie} = h_{fe}$  (eq. 6.11); al crescere della frequenza si ha un andamento di tipo *passa basso* (fig. 16.2), con frequenza di taglio

$$f_\beta = \frac{g_{ie}}{2\pi C_D} \quad (16.2)$$

Per frequenze molto maggiori di  $f_\beta$  il termine 1 a denominatore della 16.1 diventa trascurabile e si può scrivere

$$|A_i| = \frac{g_{fe}}{\omega C_D} \quad (16.3)$$

La frequenza  $f_T$  a cui si ha  $|A_i| = 1$  prende il nome di *frequenza di transizione*:

$$f_T = \frac{g_{fe}}{2\pi C_D} \quad (16.4)$$

Il rapporto fra  $f_T$  e  $f_\beta$  è:

$$\frac{f_T}{f_\beta} = \frac{g_{fe}/2\pi C_D}{g_{ie}/2\pi C_D} = \frac{g_{fe}}{g_{ie}} = h_{fe} \quad (16.5)$$

La frequenza  $f_T$  ed il coefficiente di amplificazione di corrente  $h_{fe}$  sono due dei parametri fondamentali che caratterizzano un transistor bjt e sono normalmente specificati dal costruttore.

Invece della frequenza  $f_T$  a volte si trova specificato il *tempo di transizione* (*transition time*)  $t_T = 1/(2\pi f_T)$ .

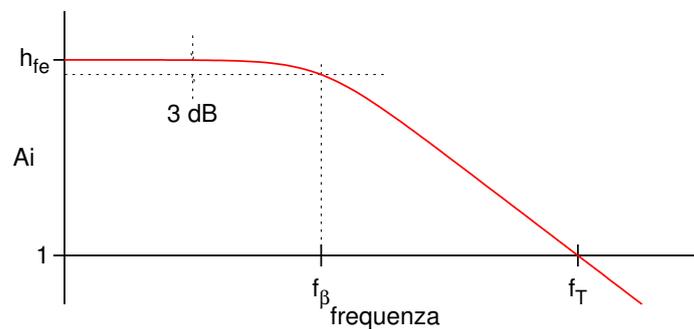


Figura 16.2: Amplificazione di corrente in funzione della frequenza per un transistor *bjt*. Entrambe le scale sono logaritmiche.

### 16.3 Amplificazione di tensione - Effetto Miller

Il calcolo completo di amplificazione di tensione e corrente del circuito di fig. 16.1, considerando anche la resistenza di carico  $R_L$ , deve essere fatto scrivendo e risolvendo il sistema di equazioni lineari complesse per le tre maglie di cui il circuito è composto.

Un calcolo approssimato, ma sufficiente per identificare il ruolo dei vari elementi e valutare costanti di tempo e frequenze di taglio, può essere fatto modificando il circuito come in fig. 16.3.

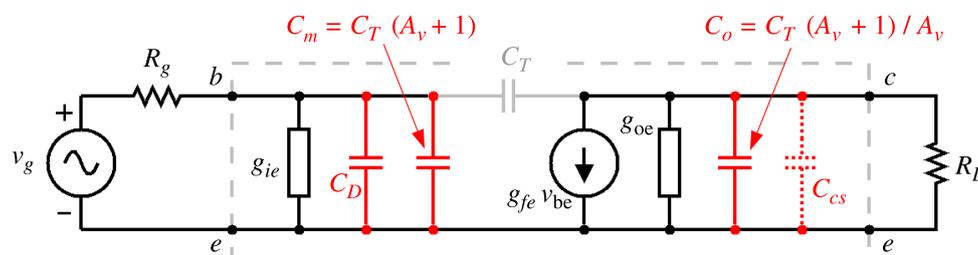


Figura 16.3: Modello del bjt nella regione attiva con la capacità di transizione  $C_T$  della giunzione base-collettore sostituita dalle due capacità equivalenti  $C_m$  e  $C_o$  secondo l'effetto Miller.

La capacità  $C_T$  si trova tra l'uscita e l'ingresso dell'amplificatore, che ha guadagno di tensione  $-A_V$ . Nell'ipotesi che l'uscita dell'amplificatore si comporti come un buon generatore di tensione, cioè abbia impedenza equivalente di uscita piccola rispetto alla reattanza del condensatore  $C_T$ , il circuito si comporta come se fosse presente una capacità  $C_m = C_T \cdot (1 + A_V)$  tra l'ingresso dell'amplificatore e massa ed una capacità  $C_o = C_T \cdot (1 + A_V) / A_V$  tra l'uscita e massa (effetto Miller, fig. 16.4 - vedi par. 11.9.3). La capacità  $C_m$  all'ingresso si viene a trovare in parallelo e quindi si somma a  $C_D$  e

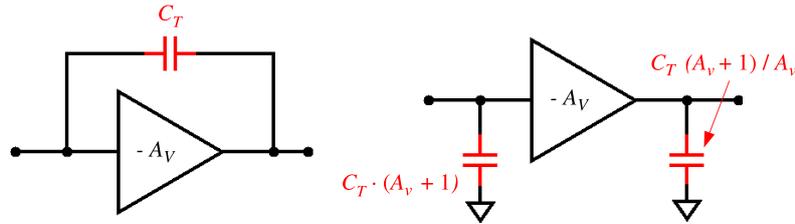


Figura 16.4: Effetto Miller.

contribuisce a ridurre la frequenza di taglio superiore dell'amplificatore. Per valori di  $A_V$  elevati, come è tipico per i *bjt* con emettitore a massa ( $\sim 10^2$ ), la capacità *Miller*  $C_m$  spesso è l'elemento determinante della risposta in frequenza.

## 16.4 Transistor *fet*

Il *gate* di un transistor *mosfet* è a tutti gli effetti l'armatura di un condensatore la cui capacità può andare dalla frazione di *pF* per un dispositivo per piccoli segnali ed alta frequenza alle centinaia o migliaia di *pF* per i dispositivi di potenza. Il circuito lineare di fig. 9.17 dovrà essere modificato, come già è stato fatto per il *bjt*, per tenere conto di questi effetti, tanto più importanti quanto più alta è la frequenza di lavoro. Le due capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$  in fig. 16.5 rappresentano l'accoppiamento tra

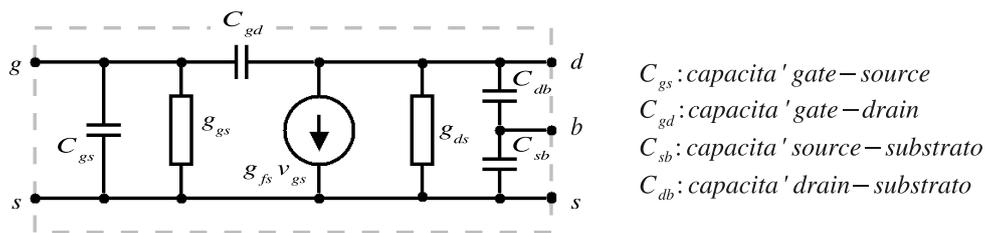


Figura 16.5: Circuito lineare equivalente per i transistor *fet* in alta frequenza.

il *gate* e gli altri due elettrodi; le capacità  $C_{db}$  e  $C_{sb}$  corrispondono alle capacità di transizione delle giunzioni contropolarizzate tra *drain* e *source* e substrato. Nel caso che il substrato sia collegato al *drain*, la capacità  $C_{sb}$  risulta cortocircuitata e quindi ininfluenza sul funzionamento del circuito.

Il circuito equivalente per il *jfet* in alta frequenza coincide con quello del *mosfet*. Le capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$  corrispondono alla capacità di transizione della giunzione *gate*-canale, rispettivamente dalla parte del *source* e del *drain*.

In questo schema è stato inserito anche il parametro di ingresso  $g_{gs}$ , corrispondente nel caso del *jfet* alla conduttanza dinamica della giunzione contropolarizzata del *gate*, che risulta comunque trascurabile, eccetto che nelle applicazioni dove le impedenze in gioco sono estremamente elevate.

Anche nel caso dei transistor *fet*, a causa dell'effetto Miller, la capacità  $C_{gd}$  diventa spesso l'elemento predominante nel determinare il comportamento in alta frequenza in presenza di amplificazioni di tensione elevate.

## 16.5 Amplificatore a larga banda

Come esempio, consideriamo lo stadio amplificatore di fig. 16.6, corrispondente al funzionamento in modo differenziale di ciascuno dei due transistor del circuito di fig. 7.21. Utilizzando transistor del *chip* monolitico *CA3046*, i parametri hanno

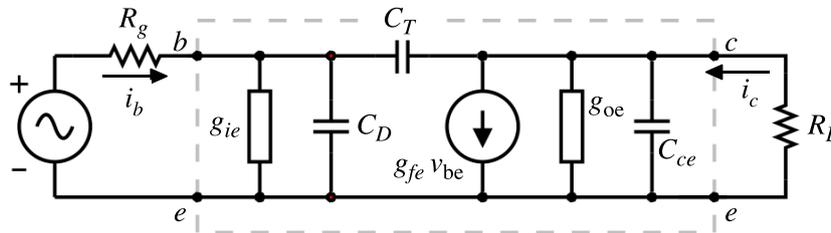


Figura 16.6: Modello lineare di un amplificatore a larga banda con transistor *CA3046*. Condizioni operative:

$I_E$	0.72 mA	$V_{CE}$	8.5 V	$R_L$	10 k $\Omega$	$R_g$	50 $\Omega$
$g_{fe}$	27 mA/V	$g_{ie}$	0.24 mA/V	$g_{oe}$	6.6 $\mu$ A/V	$A_I$	106
$C_D$	9.1 pF	$C_T$	0.44 pF	$C_{cs}$	0.5 pF	$A_V$	250

i valori riportati nella didascalia. Nelle fig. 16.7 sono riportati, in funzione della frequenza, i guadagni di corrente e di tensione, in modulo e fase, ed il guadagno di potenza, calcolati risolvendo numericamente le equazioni complete del circuito mediante il programma *Spice*. Nella fig. 16.8 è riportata l'impedenza di ingresso, in modulo e fase.

Dal calcolo, il guadagno di corrente in bassa frequenza risulta essere  $A_I = 106$  (40.5 dB) e quello di tensione  $A_V = 251$  (48 dB), in ottimo accordo con i valori previsti dalle equazioni del cap. 7 in cui si è considerato  $h_{re} = 0$ . La frequenza di taglio per il guadagno di corrente  $A_i$  in funzione della frequenza si trova a  $f_{Ai} = 0.31$  MHz e quella per il guadagno di tensione a  $f_{Av} = 10.5$  MHz. Dall'eq. 16.2 la frequenza di taglio per  $A_i$  risulterebbe essere  $f_\beta = 4.2$  MHz. Questa vistosa differenza è frutto dell'effetto Miller. Considerando, secondo quanto visto nel par. 16.3 una capacità di ingresso effettiva

$$C_i = C_D + C_T \cdot (1 + A_V) = 9.1 + 0.44 \cdot 252 = 120 \text{ pF} \quad (16.6)$$

si ottiene il valore  $f_\beta = 0.32$  MHz, in ottimo accordo con il valore ottenuto con il calcolo completo.

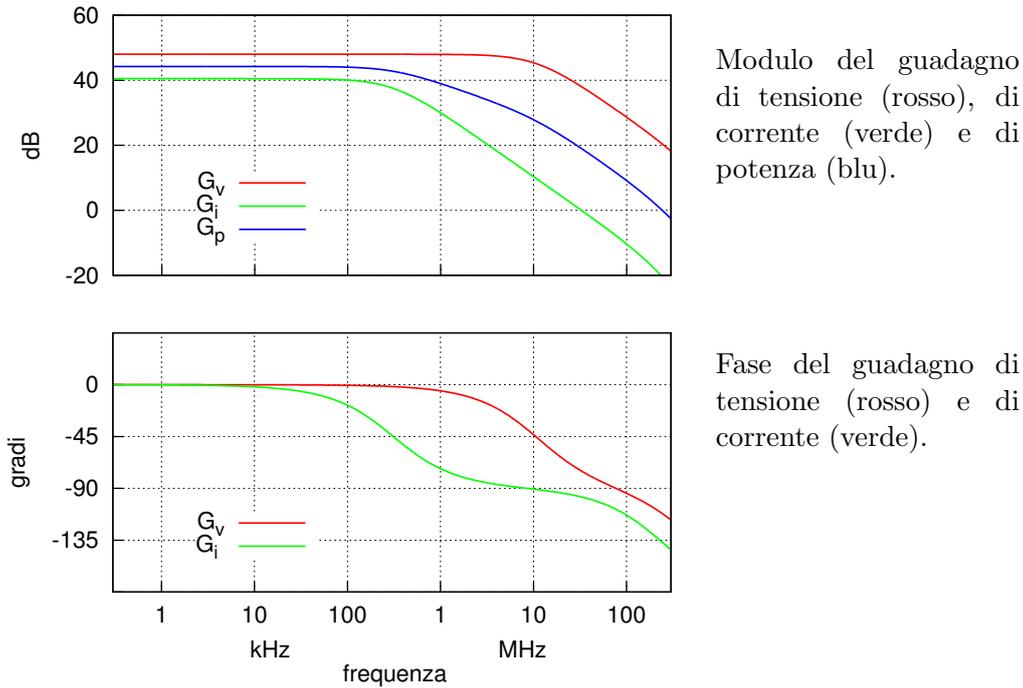


Figura 16.7: Guadagno di tensione, di corrente e di potenza dell'amplificatore in fig. 16.6

Nonostante la capacità di transizione  $C_T$  sia molto più piccola della capacità di diffusione  $C_D$  (0.44 contro 9.1  $pF$ ), a causa dell'effetto Miller il suo contributo alla capacità totale di ingresso (120  $pF$ ) è largamente predominante.

La frequenza di taglio per il guadagno di tensione  $A_v$  risulta di oltre un ordine di grandezza superiore a quella per  $A_i$ . Questo è dovuto alle condizioni di funzionamento del circuito, in cui si è ipotizzato di utilizzare un generatore con resistenza interna piccola ( $R_g = 50 \Omega$ ). Infatti, mentre la frequenza di taglio per l'amplificazione di corrente  $A_i$  è determinata dalla costante di tempo di  $C_i$  e  $g_{ie}$  in parallelo, nel calcolo della frequenza di taglio di  $A_v$  bisogna considerare la costante di tempo di  $C_i$ ,  $g_{ie}$  ed anche  $R_g$  in parallelo.

Questo si vede chiaramente nel grafico in fig. 16.8 che riporta l'impedenza di ingresso  $Z_i$  dell'amplificatore, come viene *vista* dal generatore di segnale, in funzione della frequenza. In corrente continua ed in bassa frequenza si ha  $Z_i = 4.2 k\Omega$ ; alla frequenza di taglio di 320  $kHz$  il modulo di  $Z_i$  si è ridotto di un fattore  $\sqrt{2}$  e la fase è arrivata a  $45^\circ$ . Questa frequenza di taglio coincide con quella del guadagno di corrente  $A_i$ . A frequenze più alte di questa, la corrente di ingresso aumenta rapidamente, mentre la tensione rimane sostanzialmente costante grazie al fatto che la resistenza  $R_g$  del generatore (50  $\Omega$ ) è molto minore di  $|Z_i|$ : il generatore sta pilotando la base del transistor in tensione, erogando una corrente sempre maggiore, proporzionalmente al crescere della frequenza.

Andando verso frequenze ancora più alte, si incontra una seconda frequenza di taglio, determinata dalla costante di tempo  $\tau_o$  del circuito di uscita formato dalla

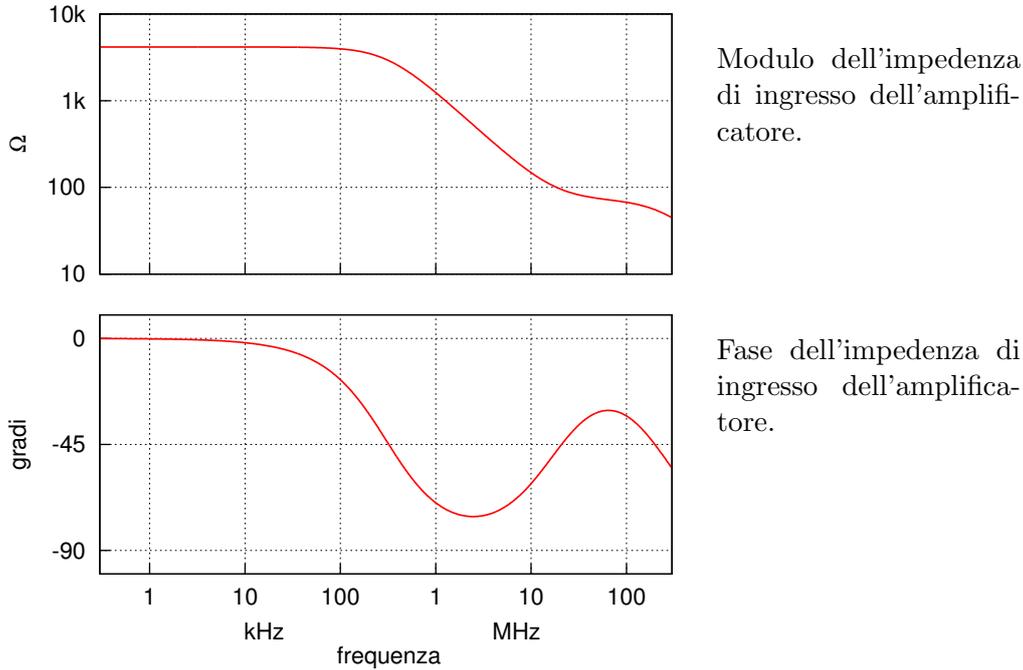


Figura 16.8: Impedenza di ingresso dell'amplificatore descritto in fig. 16.6.

combinazione in parallelo di  $R_L$ ,  $g_{oe}$ ,  $C_o$  e  $C_{cs}$  ( $\tau_o \simeq 8.8 \text{ ns}$ ). Questa seconda frequenza di taglio si trova a circa  $18 \text{ MHz}$ . Contemporaneamente, però, il modulo di  $Z_i$ , diminuendo costantemente all'aumentare della frequenza, viene ad avere valori confrontabili con  $R_g$ . Questi due effetti combinati insieme determinano la frequenza di taglio  $f_{Av} = 10.5 \text{ MHz}$  dell'amplificazione di tensione.

## 16.6 Amplificatori a banda stretta

Non sempre si ha interesse a realizzare amplificatori con banda passante la più ampia possibile. In molti casi, specialmente nei circuiti a radiofrequenza, si ha l'interesse opposto: amplificare i segnali contenuti all'interno di una determinata banda di frequenza, sopprimendo il più possibile quelli che si trovano al di fuori, che costituiscono *rumore* o *interferenza*.

Nel circuito in fig. 16.9a questo scopo viene raggiunto aggiungendo in parallelo alla resistenza di carico  $R$  un circuito risonante parallelo  $LC$ . L'impedenza  $Z$  risultante è funzione della frequenza e presenta il suo massimo  $R$  (in modulo) in corrispondenza della frequenza di risonanza  $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ , per poi diminuire quando ci si allontana dalla risonanza verso frequenze più alte o più basse:

$$Z = \frac{R}{1 + jQ_0 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)} \quad (16.7)$$

dove  $Q_0 = R\sqrt{C/L}$  è il *fattore di merito* del circuito alla frequenza di risonanza (eq. 1.45).

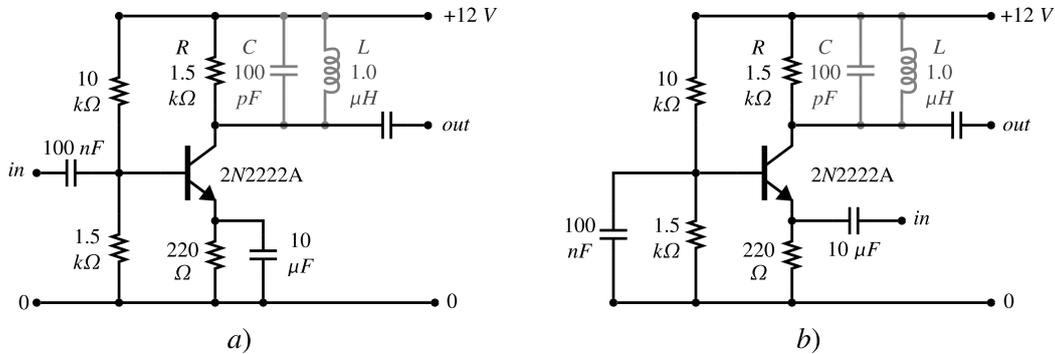


Figura 16.9: Amplificatore con transistor *bjt* con emettitore a massa (a sinistra) e base a massa (a destra). Quando il carico è formato dalla sola resistenza  $R$  si ha un amplificatore a *banda larga*; aggiungendo in parallelo ad  $R$  anche il circuito risonante  $LC$  si ottiene un amplificatore a *banda stretta*.

In prima approssimazione l'amplificazione di tensione è  $A_v = V_{out}/V_{in} = g_{fe}Z$  e quindi segue l'andamento dell'impedenza di carico, come riportato in fig. 16.10.

La curva rossa corrisponde alla presenza della sola resistenza  $R$  e mostra l'andamento già visto nel par. 16.5: l'amplificazione rimane costante fino alla frequenza di circa  $29\text{ MHz}$ , determinata dalla costante di tempo di resistenze e capacità presenti sul collettore del transistor, quindi comincia a diminuire con un andamento di tipo *passa-basso*.<sup>1</sup>

La curva blu è stata ottenuta invece considerando la presenza del circuito risonante  $LC$  in parallelo alla resistenza  $R$ ; l'amplificazione di tensione quindi segue l'andamento dell'impedenza di carico  $Z$  data dalla eq. 16.7. Si ha un picco a  $f_0 = 15.7\text{ MHz}$  ed una *larghezza di banda*  $B_W \simeq 1.1\text{ MHz}$  (a  $-3\text{ dB}$ ), corrispondente ad un fattore di merito  $Q_0 \simeq 14$  (con i valori dei componenti riportati nello schema si dovrebbe avere  $f_0 = 15.9\text{ MHz}$  e  $Q_0 = 14.3$ ; il calcolo effettuato con il programma *Spice* tiene conto anche della capacità  $C_T = 2.9\text{ pF}$  dovuta alla presenza del transistor; la capacità effettiva del circuito risonante passa quindi da 100 a quasi  $103\text{ pF}$ ).

In fig. 16.9b è riportato lo stesso circuito di fig. 16.9a, nelle stesse condizioni operative, ma in configurazione *base a massa* invece che *emettitore a massa*. Per quanto riguarda l'amplificazione di tensione il comportamento dei due circuiti è praticamente identico; i grafici relativi al circuito con base a massa sono riportati in colore verde e violetto e non sono distinguibili dagli altri.

Il comportamento dei due circuiti, emettitore a massa o base a massa, differisce invece profondamente per quanto riguarda l'impedenza di ingresso in funzione della frequenza, riportata in fig. 16.11 per entrambi i circuiti ed entrambe le condizioni operative, banda larga e stretta.

<sup>1</sup>Porre  $A_v = V_{out}/V_{in}$  equivale ad ipotizzare come generatore di segnale un generatore ideale di tensione e quindi ad eliminare gli effetti della costante di tempo all'ingresso, effetti che si ritrovano poi nell'amplificazione di corrente, come visto nel par. 16.5.

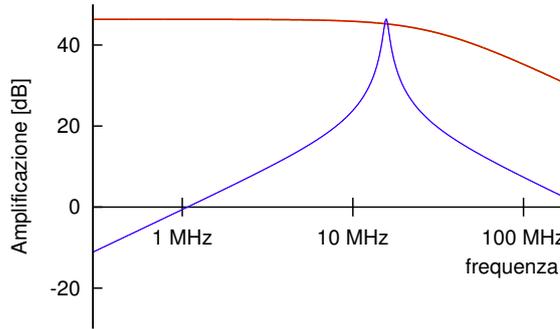
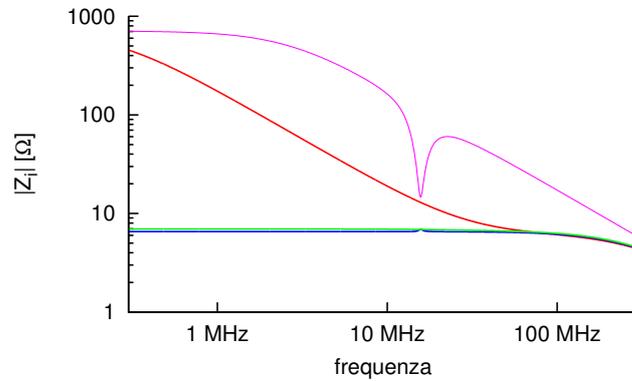


Figura 16.10: Amplificazione di tensione per i due circuiti di fig. 16.9. La curva rossa si riferisce al comportamento quando il carico è costituito dalla sola resistenza  $R$  da  $1.5\text{ k}\Omega$ ; la curva blu quando in parallelo ad  $R$  è presente anche il circuito risonante  $LC$ . La differenza tra le due configurazioni con emettitore o base a massa non è apprezzabile.

Figura 16.11: Modulo dell'impedenza di ingresso dei due circuiti di fig. 16.9 per le due condizioni operative. Rosso: emettitore comune, banda larga; violetto: emettitore comune, banda stretta; verde: base comune, banda larga; blu: base comune, banda stretta.



Nel circuito con base a massa l'impedenza di ingresso è di valore molto basso (circa  $7\ \Omega$ ) e si mantiene molto stabile fino ad oltre  $100\text{ MHz}$ , quando incomincia a decrescere (curve blu e verde). Nel circuito con emettitore a massa, invece, si osserva il comportamento già visto nel par. 16.5: in bassa frequenza il valore dell'impedenza di ingresso è relativamente alto (circa  $700\ \Omega$ ), ma comincia presto a diminuire al crescere della frequenza, più precocemente nel circuito a larga banda (rosso), a frequenze leggermente più alte nell'altro caso (violetto) in quanto la ridotta amplificazione di tensione fuori della risonanza limita il contributo dell'effetto Miller. Nell'intorno della frequenza di risonanza, che è l'intervallo di frequenze di maggior interesse nel caso del circuito a banda stretta, a causa dell'effetto Miller l'impedenza di ingresso ad emettitore comune presenta un brusco minimo,

La cosa peggiore però la si vede nel grafico di fig. 16.12, dove vengono riportate le fasi per ciascuna delle impedenze di ingresso di fig. 16.11.

In entrambi i circuiti con base a massa la fase rimane a zero fino a circa  $10\text{ MHz}$ , poi comincia a scendere lentamente verso i  $-45^\circ$ , che verranno raggiunti alla frequenza di transizione  $f_T = 350\text{ MHz}$ , per poi proseguire verso i  $-90^\circ$  a frequenze ancora più alte (curve verde e blu).

Nei circuiti con emettitore a massa già a frequenze minori di  $1\text{ MHz}$  la fase ha una forte componente capacitiva; nel circuito a larga banda (curva rossa) questa si riduce leggermente al crescere della frequenza, tra i 3 ed i  $100\text{ MHz}$ ; nel circuito a banda stretta la fase continua a crescere, supera i  $-90^\circ$  ed arriva fino a quasi

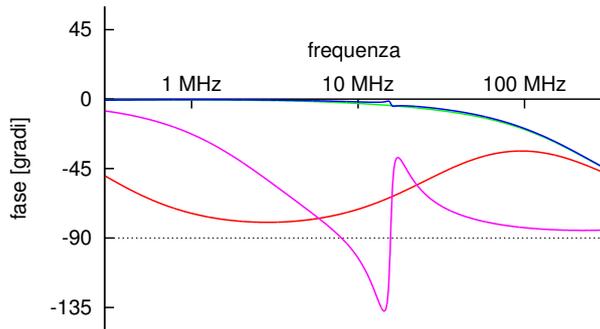


Figura 16.12: Fasi delle impedenze di ingresso riportate in fig. 16.11. I colori delle curve sono gli stessi di fig. 16.11.

$-140^\circ$ . Questo corrisponde nel piano complesso ad una impedenza che possiede una componente reale, cioè resistiva, negativa. In determinate condizioni, cioè in presenza di una componente induttiva nel circuito di ingresso, si può arrivare ad avere un circuito risonante con smorzamento negativo, l'amplificatore può diventare instabile e da amplificatore trasformarsi in generatore di segnali propri. Questo comportamento è dovuto al forte accoppiamento presente tra uscita ed ingresso a causa della capacità di transizione  $C_T$ . Problemi simili si hanno utilizzando altri dispositivi amplificatori, come i transistor *mosfet* o *jfet* nella configurazione *common source*<sup>2</sup>.

Questo è uno dei motivi principali per cui quando si vuole far lavorare un transistor a frequenze alte, e soprattutto quando nel circuito sono presenti elementi reattivi (condensatori, induttanze), è conveniente utilizzare le configurazioni *common base* per i *bjt* e *common gate* per i *fet*.

## 16.7 Adattamento di impedenza

Nell'uso dell'amplificatore a banda stretta del paragrafo precedente normalmente la resistenza  $R$  non è fisicamente presente, ma rappresenta la resistenza di ingresso del circuito utilizzatore del segnale (ed in parte anche le perdite proprie del circuito risonante  $LC$ ), come disegnato in fig. 16.13a.

Se però il collegamento deve essere fatto ad un carico che presenta un valore di impedenza diverso dai  $1500 \Omega$  previsti, ad esempio ad un apparecchio che presenta il valore di impedenza di ingresso normalizzato standard di  $50 \Omega$ , è necessario provvedere ad un *adattamento di impedenza*, modificando il circuito come nell'esempio in fig. 16.13b.

Una analisi semplice ed intuitiva, anche se non completamente rigorosa, del meccanismo della *trasformazione di impedenza* tramite i circuiti risonanti si può fare partendo dal circuito di fig. 16.14.

Il circuito ha una sua frequenza di risonanza  $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ , con la capacità  $C = C_1C_2/(C_1 + C_2)$  risultante dalla serie di  $C_1$  e  $C_2$ . Poichè  $C_1$  e  $C_2$  formano un partitore capacitivo, si ha anche  $V'/V = C_1/(C_1 + C_2)$ .

Inserendo la resistenza  $R'$  in parallelo a  $C_2$  tutte le caratteristiche del circuito vengono alterate. Se però si suppone che valga la condizione  $R \gg 1/(\omega C_2)$ , allora le

<sup>2</sup>Oppure i triodi dei tempi antichi nei circuiti con *catodo a massa*.

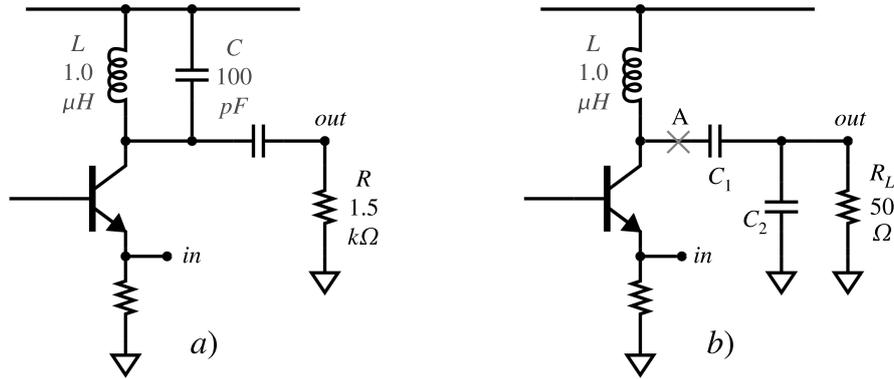


Figura 16.13: Adattamento di impedenza. Il circuito di sinistra è del tutto equivalente all'amplificatore a banda stretta di fig. 16.9. Il carico esterno  $R$  ( $1.5\text{ k}\Omega$ ) è collegato tramite un condensatore che isola il circuito per quanto riguarda le polarizzazioni ma di valore tale da essere un cortocircuito per quanto riguarda i segnali. Nel circuito a destra il carico esterno ( $R_L = 50\ \Omega$ ) ha un valore incompatibile con l'uscita dell'amplificatore e deve essere *adattato* tramite il trasformatore di impedenza formato dal partitore capacitivo  $C_1 - C_2$  in parallelo all'induttanza  $L$ .

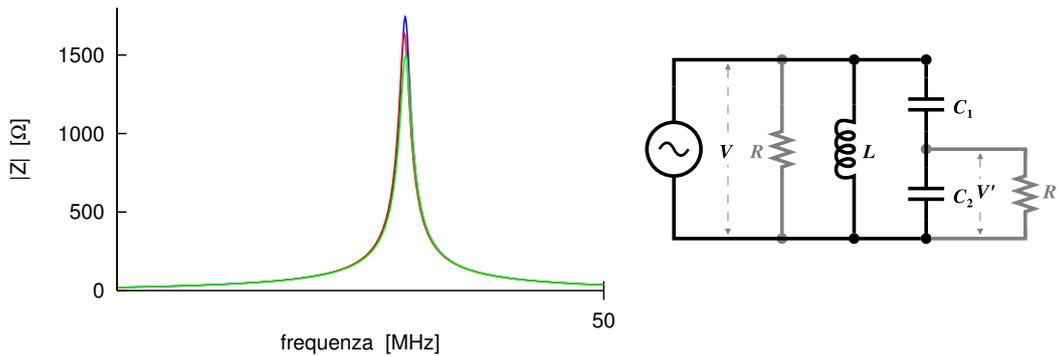


Figura 16.14: Adattamento di impedenza tramite circuito risonante. La resistenza  $R'$  collegata all'uscita del partitore capacitivo viene *vista* dal generatore come una resistenza  $R \simeq R' \cdot (1 + C_2/C_1)^2$  in parallelo al circuito risonante. Il grafico riporta in verde la curva di risonanza senza  $R'$  e con  $R = 1.5\text{ k}\Omega$  ed in rosso la curva senza  $R$  e con  $R' = 50\ \Omega$  ( $C_1 = 122\text{ pF}$ ;  $C_2 = 547\text{ pF}$ ;  $L = 1\ \mu\text{H}$ ). La curva in blu è quella che si ottiene arrotondando i valori dei componenti ottenuti dal calcolo a quelli effettivamente disponibili e cioè  $120\text{ pF}$  per  $C_1$  e  $560\text{ pF}$  per  $C_2$ . La frequenza di risonanza è ancora  $15.8\text{ MHz}$ , ma l'altezza del picco è diventata  $1.74\text{ k}\Omega$ .

alterazioni saranno piccole: si avrà un certo spostamento della frequenza di risonanza e la divisione di tensione del partitore  $C_1 - C_2$  continuerà a valere anche se solo in forma approssimata.

Alla risonanza il circuito si presenterà al generatore come una resistenza reale pura  $R$  e quindi assorbirà dal generatore una potenza  $V^2/R$ . Questa potenza sarà quella ceduta alla resistenza  $R'$ , poichè nel circuito non sono presenti altri elementi dissipativi (si stanno naturalmente considerando induttanza e condensatori come

componenti ideali). Si avrà quindi

$$\frac{V^2}{R} = \frac{V'^2}{R'} \simeq \frac{V^2}{R'} \left( \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 \quad (16.8)$$

da cui

$$\frac{R}{R'} = \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 \quad \frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{R}{R'}} - 1 \quad (16.9)$$

Con i valori dell'esempio di fig. 16.13 si dovrà avere:

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 100 \text{ pF} \quad \frac{C_2}{C_1} \simeq \sqrt{\frac{1500}{50}} - 1 = 4.48 \quad (16.10)$$

da cui

$$C_1 = 122 \text{ pF} \quad C_2 = 547 \text{ pF} \quad (16.11)$$

Il risultato si vede nel grafico di fig. 16.14. La frequenza di risonanza è di 15.8 MHz invece di 15.9 MHz, mentre la resistenza sul picco della risonanza è 1.64 kΩ invece di 1.5 kΩ.

Per analizzare in modo formalmente più accurato il funzionamento del circuito, conviene partire dalla conduttanza  $Y_A$  del partitore  $C_1 C_2 R_L$  di fig. 16.13b tra il punto A e massa:

$$\begin{aligned} Y_A &= \left[ \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R_L}{1 + j\omega R_L C_2} \right]^{-1} = \frac{j\omega C_1 (1 + j\omega R_L C_2)}{1 + j\omega R_L (C_1 + C_2)} \\ &= \frac{j\omega C_1 (1 + j\omega R_L C_2) [1 - j\omega R_L (C_1 + C_2)]}{1 + \omega^2 R_L^2 (C_1 + C_2)^2} \end{aligned} \quad (16.12)$$

La parte reale ed immaginaria di  $Y_A$  sono l'inverso della resistenza e della reattanza che si vengono a trovare in parallelo all'induttanza  $L$ ; nell'intorno della risonanza, quindi per  $\omega \simeq \omega_0 = 2\pi f_0$ , vogliamo siano eguali rispettivamente a  $1/R$  e  $j\omega_0 C$  di fig. 16.13a:

$$\Re(Y_A) = \frac{\omega_0^2 R_L C_1^2}{1 + \omega_0^2 R_L^2 (C_1 + C_2)^2} = \frac{1}{R} \quad (16.13)$$

$$\Im(Y_A) = \frac{\omega_0 C_1 [1 + \omega_0^2 R_L^2 C_2 (C_1 + C_2)]}{1 + \omega_0^2 R_L^2 (C_1 + C_2)^2} = \omega_0 C \quad (16.14)$$

Dalla prima di queste due espressioni si ricava

$$\frac{(C_1 + C_2)^2}{C_1^2} = \frac{R_L}{R} - \frac{1}{\omega_0^2 R_L^2 C_1^2} \quad (16.15)$$

Supponendo di poter trascurare il secondo termine a destra si ottiene nuovamente l'eq. 16.9:

$$\frac{(C_1 + C_2)^2}{C_1^2} = \frac{R}{R_L} \quad \frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{R}{R_L}} - 1 \quad (16.16)$$

Dalla seconda espressione si ottiene:

$$\frac{\frac{C_1}{\omega_0^2 R_L^2 (C_1 + C_2)} + C_1 C_2}{\frac{1}{\omega_0^2 R_L^2 (C_1 + C_2)} + (C_1 + C_2)} = C \quad (16.17)$$

Supponendo nuovamente di poter trascurare i due termini frazionari a numeratore e denominatore, l'espressione si riduce alla prima delle eq. 16.10, cioè alla capacità equivalente della serie di  $C_1$  e  $C_2$ :

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C \quad (16.18)$$

I termini trascurati sono quindi

$$\frac{1}{\omega_0^2 R_L^2 C_1^2} = \left( \frac{1}{2\pi \cdot 15.8 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 122 \cdot 10^{-12}} \right)^2 = 2.7 \quad (16.19)$$

rispetto a  $R/R_L = 30$ ;

$$\frac{1}{\omega_0^2 R_L^2 (C_1 + C_2)} = \left( \frac{1}{2\pi \cdot 15.8 \cdot 10^6 \cdot 50} \right)^2 \cdot \frac{1}{669 \cdot 10^{-12}} = 61 \text{ pF} \quad (16.20)$$

rispetto a  $C_2 \simeq 547 \text{ pF}$  e  $C_1 + C_2 \simeq 669 \text{ pF}$ .

I termini trascurati hanno quindi un peso confrontabile con le tolleranze tipiche dei componenti (5 – 10%).

La condizione alla base delle approssimazioni fatte equivale a supporre che il fattore di merito  $Q_0$  del circuito risonante sia adeguatamente elevato, tipicamente almeno 10, come già anticipato nella analisi meno rigorosa.

### 16.7.1 Trasformatore di impedenza ad $L$

Il circuito trasformatore di impedenza di fig. 16.14 è composto di tre elementi,  $L$ ,  $C_1$  e  $C_2$  e quindi possiede tre gradi di libertà. Infatti è possibile, data la frequenza di lavoro  $f_0$  e la resistenza equivalente  $R$  desiderata, scegliere il valore di  $L$  in base al fattore di merito (e quindi alla banda passante) che si vuole ottenere. I valori di  $C_1$  e  $C_2$  possono quindi essere scelti per avere il rapporto  $R/R'$  e la frequenza di risonanza che si desiderano.

A volte può essere conveniente rinunciare ad un grado di libertà, di solito la possibilità di scegliere  $Q_0$ , ed utilizzare una rete di trasformazione con due soli componenti, una induttanza ed un condensatore.

Ad esempio, nel grafico 16.11 si vede che l'impedenza di ingresso dell'amplificatore con base a massa è molto bassa, 6.9  $\Omega$ . Volendo portare anche questa al valore normalizzato standard di 50  $\Omega$  si può utilizzare il circuito adattatore di fig. 16.15 composto soltanto dalla induttanza  $L$  e dal condensatore  $C$ .

Per analizzarne il funzionamento si può ripartire dalle eq. 16.13 e 16.14, ponendo  $C_2 = 0$ . Il generatore  $V$  vede una ammettenza complessa le cui parti reali ed immaginarie

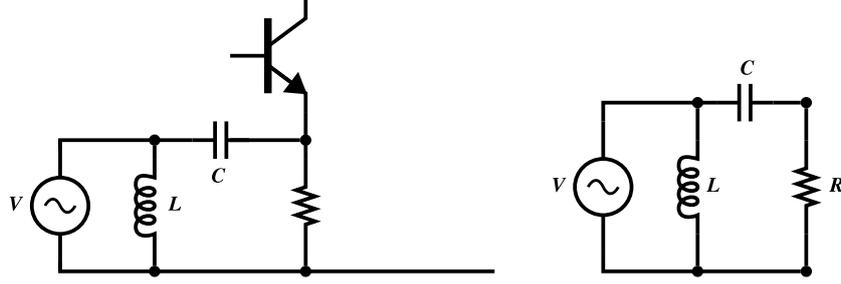


Figura 16.15: Circuito trasformatore di impedenza a due elementi,  $L$  e  $C$ , detto *circuito ad L* perchè nello schema induttanza e condensatore descrivono la forma di una  $L$  rovesciata. La resistenza  $R$  nel circuito di destra rappresenta la resistenza di ingresso dell'amplificatore.

$1/R'$  e  $\omega_0 C'$  sono:

$$\Re(Y) = \frac{\omega_0^2 C^2 R}{1 + \omega_0^2 C^2 R^2} = \frac{1}{R'} \quad (16.21)$$

$$\Im(Y) = \frac{\omega_0 C}{1 + \omega_0^2 C^2 R^2} = \omega_0 C' \quad (16.22)$$

La quantità  $\omega_0 RC$  è l'inverso del fattore di merito  $Q_0$  del circuito risonante  $RCL$  per cui dalle 16.21 e 16.22 si ottengono

$$\frac{R'}{R} = Q_0^2 + 1 \quad \frac{C'}{C} = \frac{Q_0^2}{Q_0^2 + 1} \quad (16.23)$$

Con i valori del circuito 16.9b,  $R = 6.9 \Omega$ ,  $R' = 50 \Omega$  e  $f_0 = 15.9 \text{ MHz}$ , si dovrà avere:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{R'}{R} - 1} = 2.5 \quad L = \frac{R'}{\omega_0 Q_0} = 200 \text{ nH} \quad (16.24)$$

$$C' = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 500 \text{ pF} \quad C = \frac{Q_0^2 + 1}{Q_0^2} \cdot C' = 580 \text{ pF} \quad (16.25)$$

Il valore di  $Q_0$  non è stato scelto, ma è stato dettato dal rapporto di trasformazione richiesto. Si tratta però di un valore perfettamente accettabile, a meno che non si abbiano motivi per voler introdurre un fattore di selettività più stretto nel circuito di ingresso.